

Matematica A. A. 2015-2016

Prof. Antonio Maturo

1. Elementi di logica matematica

Proposizioni logiche. Operazioni logiche. Teoremi e dimostrazioni.

2. Insiemi, relazioni e funzioni.

Insiemi e proprietà. Sottoinsiemi e simbologia. Unione ed intersezione. Differenza e complemento. Algebra degli insiemi.

Prodotto cartesiano. Relazioni binarie. Relazione composta ed inversa. Funzioni monotone. Restrizione e prolungamento. Relazioni in un insieme. Insiemi ordinati. Prodotto cartesiano fra n insiemi e relazioni n -rie.

Funzioni Definizioni fondamentali. Funzione composta ed inversa. Funzioni monotone. Restrizione e prolungamento.

3. Strutture Algebriche

Operazioni e strutture. Strutture algebriche ad una operazione binaria. Numeri interi. Interi modulo m . Isomorfismi fra strutture algebriche.

Strutture algebriche a due o più operazioni Anelli. Corpi e campi. Polinomi. Frazioni algebriche.

Numeri razionali. Campi ordinati. Campi ordinati completi. Disuguaglianze e disequazioni in un campo ordinato. Disequazioni e sistemi di disequazioni di primo grado. Disequazioni e sistemi di secondo grado. Disequazioni di grado superiore al secondo e disequazioni razionali fratte.

4. Algebra Lineare

Spazio numerico ad n dimensioni. Spazio vettoriale ad n dimensioni. Base di uno spazio vettoriale. Teorema fondamentale della dimensione. Spazi vettoriali ordinari. Alcune generalizzazioni. Elementi di geometria in \mathbb{R}^n . Piani. Rette. Parallelismo. Iperpiani.

Prodotto scalare. Perpendicolarità fra rette, rette e piani. Angoli fra due vettori.

Matrici. Struttura di spazio vettoriale. Operazioni fra matrici.

Definizione di determinante. Teorema di Laplace. Proprietà dei determinanti. Rango di una matrice. Rango e dipendenza lineare.

Inversa di una matrice. Teorema dell'inversa. Inversa per ripartizione. Inversa per mezzo delle trasformazioni elementari.

Sistemi lineari. Sistemi normali. Sistemi non normali. Sistemi omogenei.

5. Funzioni elementari, limiti e funzioni continue

Potenza n -sima e radice n -sima. funzione esponenziale e logaritmo. Funzioni seno e coseno e loro inverse. Funzioni tangente e cotangente e loro inverse.

Funzioni elementari. Funzioni elementari in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$.

Valore assoluto di un numero reale. Spazi metrici. Spazi topologici.
Limiti di funzioni in uno spazio topologico e in uno spazio metrico. Limiti di successioni. Teoremi di unicità del limite, della funzione composta e della restrizione. Casi particolari di \mathbb{R} , \mathbb{R} ampliato, \mathbb{R}^n .
Successioni di numeri reali. Criteri di regolarità. Teoremi fondamentali sui limiti di successioni.
Limiti di funzioni numeriche e vettoriali. Teoremi fondamentali sui limiti delle funzioni numeriche. Le funzioni elementari ed i loro limiti.
Funzioni continue Definizioni e primi esempi. Calcolo dei limiti per sostituzione. Teoremi sulle funzioni continue. Complementi sugli insiemi connessi.
Infinitesimi ed infiniti. Definizione e prime proprietà. Teoremi su infinitesimi ed infiniti. Applicazioni della teoria ed esercizi.

6. Derivazione

Rapporto incrementale e derivate. Esempi. Funzioni derivabili. Derivata sinistra, derivata destra. Teorema della derivata sinistra e destra. Tangente ad una curva. Teorema del differenziale.
Regole di derivazione. Teorema di linearità. Derivata del prodotto e del quoziente. Derivata della funzione composta. Derivata della funzione inversa. Derivate delle funzioni elementari. Derivate di ordine superiore al primo. Differenziali di ordine superiore al primo.
Crescenza, decrescenza, massimi e minimi. Massimi e minimi relativi ed assoluti. Condizioni necessarie e/o sufficienti per crescita, decrescenza, massimi e minimi.
Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange e sue conseguenze. Teorema di Cauchy. Teoremi dell'Hospital. Formula di Taylor col resto di Peano. Formula di Taylor col resto di Lagrange. Uso della formula di Taylor per i teoremi relativi a crescita, decrescenza, massimi e minimi e per il calcolo approssimato dei valori assunti da una funzione.
Asintoti. Funzioni convesse e concave. Flessi. Teoremi per la ricerca dei punti di concavità e convessità e dei flessi. Studio del grafico di una funzione. Calcolo dei limiti con l'aiuto dei teoremi di dell'Hospital e della formula di Taylor. Esercizi e complementi sulla formula di Taylor.

7. Integrazione

Integrali di funzioni ad una variabile. Definizione ed interpretazione geometrica. Integrale inferiore e superiore. Alcune proprietà degli integrali. Teorema del confronto e della media. Le funzioni integrabili. Teorema del valore assoluto. Applicazioni dell'integrale. Il teorema fondamentale del calcolo integrale. Teoremi sulle primitive.
Definizione di integrale indefinito ed integrali immediati. Teorema di trasformazione della funzione integranda. Teorema di integrazione per parti. Teorema di sostituzione. Integrazioni delle funzioni razionali fratte. Metodi di calcolo degli integrali definiti : metodi esatti e approssimati. Formula di Taylor col

resto integrale. Forma di Cauchy e di Lagrange. Applicazioni della formula di Taylor per il calcolo degli integrali. Esercizi sugli integrali.

8. Equazioni differenziali

Equazioni differenziali lineari del primo ordine e del secondo ordine. Teoremi di esistenza ed unicità per le soluzioni. Integrazione di equazioni differenziali esatte, a variabili separabili o riconducibili ad esse. Fattore integrante.

9. Elementi di Statistica

Variabili statistiche. Valori medi. Indici di variabilità. Distribuzioni.

10. Elementi di probabilità

Le varie impostazioni della probabilità. Gli assiomi. Probabilità condizionata e teorema di Bayes. Distribuzioni.

Bibliografia

1. Aldo Ventre, (2014), Matematica vol 1-2, Liguori Editore, Napoli (per gli argomenti dei punti 1-2-3-4-5-6-7)
2. Appunti delle lezioni fornite dal docente on line o tramite fotocopie per gli argomenti dei punti 8-9-10